# Los Números Reales

[Los Números Reales 1](#_Toc306007213)

[Clasificación números reales 1](#_Toc306007214)

[Representación de raíces no exactas. 2](#_Toc306007215)

[Construcción de números racionales no exactas: 2](#_Toc306007216)

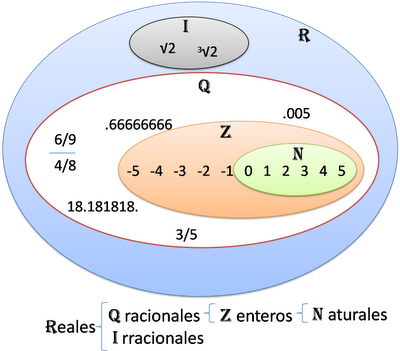
[Ternas pitagóricas 2](#_Toc306007217)

[Espiral de Teodoro 3](#_Toc306007218)

[Propiedades Topológicas de la recta real 3](#_Toc306007219)

[Densidad de los números reales 4](#_Toc306007220)

# Clasificación números reales



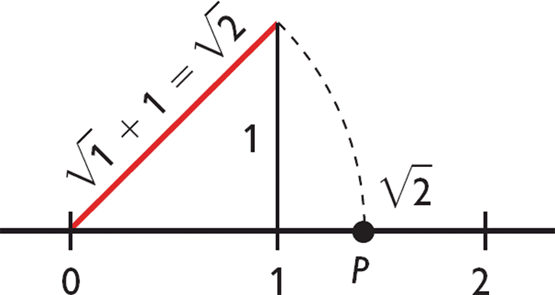
*-.Definición de números racionales:* En [matemática](http://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1tica), se llama número racional a todo [número](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero) que puede representarse como el [cociente](http://es.wikipedia.org/wiki/Cociente) de dos [números enteros](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_entero) (más precisamente, un entero y un [natural positivo](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_natural)[1](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_racional#cite_note-0) ) es decir, una [fracción común](http://es.wikipedia.org/wiki/Fracci%C3%B3n) con [numerador](http://es.wikipedia.org/wiki/Numerador) y [denominador](http://es.wikipedia.org/wiki/Denominador) distinto de [cero](http://es.wikipedia.org/wiki/Cero).

-.*Definición de números irracionales*: En [matemáticas](http://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1ticas), un número irracional es cualquier [número real](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_real) que no es [racional](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_racional), es decir, es un número que no puede ser expresado como una fracción \frac{m}{n}, donde m y n son [enteros](http://es.wikipedia.org/wiki/Enteros), con n diferente de cero y donde esta fracción es [irreducible](http://es.wikipedia.org/wiki/Fracci%C3%B3n_irreducible). Los números irracionales más famosos son:

\pi=3.141592654..., e=2.718281..., \phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.618033988... ,\sqrt{2}=1.414213...,

# Representación de raíces no exactas.

# Construcción de números racionales no exactas:



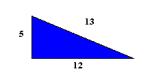
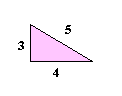
# Ternas pitagóricas

Son simplemente [números enteros](http://www.disfrutalasmatematicas.com/numeros/numeros-naturales-enteros.html) que cumplen la regla:

a2 + b2 = c2

*(*esta es la ecuación del [teorema de Pitágoras](http://www.disfrutalasmatematicas.com/geometria/teorema-pitagoras.html)*)*

Algunos ejemplos:

Terna pitagórica

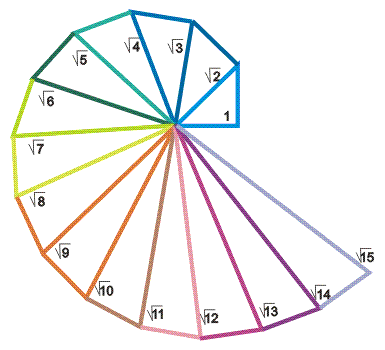
Triángulo 3,4,5 Triángulo 5,12,13 Triángulo 9,40,41

32 + 42 = 52 52 + 122 = 132 92 + 402 = 412

# Espiral de Teodoro

Utilizando el teorema de Pitágoras podemos representar las raíces de los números naturales, formando una espiral conocida como "Espiral de Teodoro"

    Uno de los catetos de cada uno de los triángulos rectángulos consecutivos que forman la espiral, mide la unidad, el otro es  http://www.iesezequielgonzalez.com/matematicas/images/raizn.gify la hipotenusa es http://www.iesezequielgonzalez.com/matematicas/images/raiznmasuno.gif



# Propiedades Topológicas de la recta real

La topología es probablemente la más joven de las ramas clásicas de las matemáticas. En contraste con el álgebra, la geometría y la teoría de los números, cuyas genealogías datan de tiempos antiguos, la topología aparece en el siglo diecisiete, con el nombre de analysis situs, esto es, análisis de la posición.

Q es un número arquimediano porque pertenece al conjunto arquimediano.

Dados dos números racionales http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/img48.gif y  http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/img49.gif , siempre existe un natural tal que http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/img50.gif.   Esto quiere decir que por pequeño que sea http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/img52.gif, si consideramos la sucesión de racionales http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/img51.gif, llegará un momento en que sobrepasasaremos a http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/img49.gif, por muy grande que este sea.

# 

# Densidad de los números reales

Dados dos números racionales distintos,  http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/img43.gif, siempre existe otro número racional http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/img44.gif tal que http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/img45.gif.

Para ello, si  http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/img46.gif  , con  b y d positivos, basta con tomar http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/img47.gif

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Ordenado** | **Denso** | **Numerable** | **Estructura algebraica** |
| http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/img6.gif | http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/amaizbu1.gif |  | http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/amaizbu1.gif | +   Semigrupo  \*   Semigrupo |
| http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/img37.gif | http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/amaizbu1.gif |  | http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/amaizbu1.gif | +      Grupo  \*      Semigrupo  +,\*   Anillo conmut. con1 |
| http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/img40.gif | http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/amaizbu1.gif | http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/amaizbu1.gif | http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/amaizbu1.gif | +      Grupo  \*      Grupo  +,\*   Cuerpo conmut. |
| http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/img58.gif | http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/amaizbu1.gif | http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/amaizbu1.gif |  | No tiene estructura algebraica al no ser cerrado para + y \* |
| http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/img59.gif | http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/amaizbu1.gif | http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Reales/reales_archivos/amaizbu1.gif |  | +      Grupo  \*      Grupo  +,\*   Cuerpo conmut. |